



المقارنة بين طريقة الانحراف المطلق وطريقة المربعات الصغرى الاعتيادية لتقدير انموذج الانحدار الهندسي

Comparison between the absolute deviation method and the ordinary least squares method for estimating the geometric regression equation

دهام عويد مطرود

DahamO Matrood

الجامعة التقنية الشمالية

daham.stat@ntu.edu.iq

المستخلص

ان التفاوت في جودة نماذج الانحدار المقدره وعدم صلاحية استخدام بعض النماذج منها لكونها لا تمتلك خصائص المقدرات الجيدة يؤدي الى عدم الثقة بدقتها التنبؤية او التقديرية , الامر الذي استوجب الى دراسة التوزيع الهندسي الذي تخضع له البيانات وتقدير معادلة انحدار التوزيع باستخدام بعض طرائق التقدير المعلمية (طريقة المربعات الصغرى, طريقة اقل انحراف مطلق) لبيانات تمثلت باعداد طلبة الثانوي السنوية في محافظة نينوى بواقع 17 مشاهدة , وبعد المفاضلة بين نتائج تقدير الطريقتين باستخدام معايير المفاضلة (AIC,BIC,MSE) لتحديد الطريقة المثلى لتقدير معادلة التوزيع الهندسي ظهرت طريقة المربعات الصغرى هي الافضل لانها تمتلك اصغر قيم لمعايير المفاضلة وتم استخدامها لغرض التنبؤ باعداد طلبة الثانوي للمدة الزمنية (2023-2027) وتبين ان اعداد الطلبة في تزايد وكما مبين في الجدول رقم (5).

الكلمات المفتاحية: الانحدار الهندسي, طريقة الانحراف المطلق, التنبؤ.

Abstract

The variation in the quality of the estimated regression models and the invalidity of using some of the models because they do not have the characteristics of good estimators leads to a lack of confidence in their predictive or estimating accuracy, which necessitated studying the geometric distribution to which the data is subject and estimating the distribution regression equation using some parametric estimation methods (the method of least squares method of least absolute deviation) for data represented by the numbers of annual secondary students in the



holy province of Nineveh by 17 observations, and after comparison between the results of estimating the two methods using comparison criteria (AIC, BIC, MSE) to determine the optimal method for estimating the geometric distribution equation, the method of least squares appeared to be the best because it It has the smallest values of differentiation criteria and was used for the purpose of predicting the number of secondary students for the time period (2023-2027) The numbers of students in the fall are also shown in Table No. (5).

key words: Geometric regression, Absolute deviation method, prediction.

1- المقدمة

يعتبر التوزيع الهندسي من التوزيعات الاحصائية المتقطعة والمهمة خصوصا في موضوع الاحصاء السكاني كدراسة نمو السكان ومعدلات الوفيات والولادات, فهو اساس للانموذج احصائي ذات بيانات كمية (Count Data), ويوجد العديد من النماذج الرياضية ومن اهمها معادلات الانحدار وخصوصا المعادلات المحولة من التوزيعات الاحصائية التي تستخدم للتنبؤ, لذا ارتى الباحث استخدام انموذج الانحدار الهندسي لغرض التنبؤ باعداد طلبة الثانوي في محافظة نينوى بعد خضوع البيانات للتوزيع الهندسي مستخدما طريقة المربعات الصغرى وطريقة اقل انحراف مطلق لتقدير معالم الانموذج الهندسي ومن ثم التنبؤ باعداد الطلبة.

2- مشكلة البحث

- 1- عدم استخدام اداة احصائية دقيقة للتنبؤ باعداد الطلبة المرحلة الثانوي في محافظة نينوى وحسب علم الباحث .
- 2- التفاوت في جودة نماذج الانحدار المقدره وعدم صلاحية استخدام بعض النماذج منها لكونها لاتتملك خصائص المقدرات الجيدة الامر الذي يؤدي الى عدم الثقة بدقتها التنبؤية او التقديرية .

3- هدف البحث

يهدف البحث الى :

- 1- دراسة التوزيع الهندسي وخصائصه وأنموذج الانحدار المتعلق به



2- تقدير معادلة انحدار التوزيع الهندسي باستخدام بعض طرائق التقدير المعلمية (طريقة المربعات الصغرى , طريقة اقل انحراف مطلق) المفاضلة بين نتائج تقدير الطريقتين باستخدام معايير المفاضلة (AIC,BIC,MSE) وتحديد الطريقة المثلى لتقدير معادلة التوزيع الهندسي .

3- التنبؤ باعداد طلبة الثانوي في محافظة نينوى للمدة الزمنية (2023-2027).

4- اهمية البحث

لا تقتصر اهمية البحث فقط على التنبؤ باعداد الطلبة الثانوي في محافظة نينوى فحسب اذ يمكن من نتائج التنبؤ التي يتم الحصل ول عليها التنبؤ بالمستلزمات التربوية من المدارس والمدرسين وعدد الشعب المدرسية... الخ الواجب توافرها وحجم الاموال على مدى خطة خمسية , وكذلك تهيئة المساحات من الاراضي لبناء المدارس اذ ان معالجة ازمة كثافة الطلبة المرتفعة في المدرسة الواحدة ووضع الخطط المستقبلية لها يجب ان يكون على راس قائمة الاولويات لوزارة التربية .

5- حدود البحث

حدود البحث زمانيا كان اعداد طلبة الثانوي للمدة الزمنية (2004-2021), مكانيا تمثلت اعداد طلبة الثانوي لمحافظة نينوى.

6- مصادر البيانات

تم اخذ البيانات من وزارة التربية قسم التخطيط التربوي .

الجانب النظري

1- التوزيع الهندسي (Geometric Distribution) [3],[10]

ينتمي هذا التوزيع الى عائلة التوزيعات المتقطعة ويعد التوزيع مهما في التطبيقات الاحصائية وخصوصا في موضوع الاحصاء السكاني عند دراسة معدلات نمو السكان ومعدلات الوفيات والولادات , والتوزيع الهندسي هو جزء من التوزيع الاحتمالي المتعلق بتجارب بيرنولي , اذ يمكن ان نعرف دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الهندسي هو عدد المحاولات الفاشلة لتجربة ما لحين الحصول على اول نجاح تلك التجربة. فإذا كان المتغير (Y) يشير إلى عدد مرات تكرار التجربة, (θ) يشير إلى احتمال نجاح التجربة, ($1-\theta$) احتمال فشل التجربة و عليه فإن الدالة الاحتمالية لهذا التوزيع ستكون:



$$P(Y, P) = \theta \cdot (1 - \theta)^y, \quad 0 < P < 1, Y = 0, 1, 2, \dots, \quad (1)$$

2- بعض خصائص التوزيع الهندسي: [3][10]

هو Y : الوسط للمتغير 1-

$$M(Y) = EY = \frac{\theta}{(1 - \theta)} \quad \dots (2)$$

هو Y : المنوال للمتغير 2-

$$M_0(Y) = 0 \quad \dots (3)$$

هو Y : الوسيط للمتغير 3-

$$M_e(Y) = \left[\frac{-1}{\log_2(1 - \theta)} \right] - 1 \quad \dots (4)$$

هو Y : التباين للمتغير 4-

$$V(Y) = \frac{\theta}{(1 - \theta)^2} \quad \dots (5)$$

هو Y : الالتواء للمتغير 5

$$S_k(Y) = \frac{2 - \theta}{\sqrt{1 - \theta}} \quad \dots (6)$$

هو Y : التفلطح للمتغير 6-

$$E_x(Y) = 6 + \frac{\theta^2}{1 - \theta} \quad \dots (7)$$

هي Y : الدالة التجميعية للمتغير 7

$$F(Y) = 1 - \theta^y, \quad Y = 0, 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

- الدالة المولدة للعزوم هي 8:

$$M_{Y(t)} = \frac{\theta}{1 - \theta e^t} \quad \dots (9)$$

3- تحليل الانحدار : Regression Analysis [2][4] [8][13]

يعتبر تحليل الانحدار من الطرق أو الأدوات الإحصائية ذات الاستخدام الأكثر في معظم البحوث بصورة عامة لكونه يصف العلاقة بين المتغيرات على هيئة معادلة , ويعرف بأنه عبارة عن أداة إحصائية (*Statistical Tool*) يستخدم لمعرفة العلاقة (*Relationship*) بين متغير مستقل واحد أو أكثر (*Independent Variables*) ومتغير تابع (*dependent Variables*) يعد تحليل الانحدار مهما لكونه يستخدم لعدة اغراض مهمة وهي :



- 1- وصف البيانات (*Data Description*): ايجاد معادلة الانحدار التي تلخص او تصف البيانات المتوافرة لدى الباحث.
- 2- تقدير المعلمات (*Estimation of Parameters*): تقدير معلمات معادلة الانحدار المستخدمة في وصف البيانات للاستدلال على قوة واتجاه العلاقة بين المتغيرات.
- 3- التنبؤ (*Prediction*): تقدير قيم المتغير المعتمد والتنبؤ بها في المستقبل بما يفيد في التخطيط واتخاذ القرارات.
- 4- السيطرة (*Contoral*): السيطرة على نتائج المتغير التابع عند تغير قيم المتغيرات المستقلة.

4- انموذج الانحدار الهندسي [5][9][15]

يعد انموذج الانحدار الهندسي احد نماذج الانحدار الغير خطية , ويتم تحويله الى احد النماذج الخطية – اللوغاريتمية (*Log – Linear Models*) وذلك من خلال اخذ اللوغارتم الطبيعي لمعادلة التوزيع الهندسي فانها تتحول الى صيغة خطية .
كما يمكن تعريف الانحدار الهندسي بانه الاسلوب الذي بواسطته يتم نمذجة المتغير التابع كونه متغير استجابة (*Response Variable*) عندما تكون قيم المتغير بصفة قيم معدودة (*Count Data*) او بصفة معدلات (*Rate Data*) . ويمكن الحصول على معادلة الانحدار الهندسي من التوزيع الهندسي كالاتي :

ليكن المتغير (*Y*) يتبع التوزيع الهندسي بالمعلمة (θ), وان (*X*) يمثل المتغير التوضيحي (الزمن) نستطيع كتابة معادلة التوزيع الهندسي بالصيغة الاتية :

$$Y = \theta(1 - \theta)^x \quad \dots (10)$$

باخذ اللوغارتم لطرفي المعادلة نحصل على معادلة خطية من الدرجة الاولى :

$$\ln(Y) = \ln(\theta) + X\ln(1 - \theta) \quad \dots (11)$$

وبافتراض الادناه نحصل على معادلة (12) تمثل انموذج الانحدار الخطي التقديري للتوزيع الهندسي وكالاتي :

$$\ln(\theta) = b_0 \quad \bullet$$

$$\ln(1 - \theta) = b_1 \quad \bullet$$

$$\ln y = y^* \quad \bullet$$

$$y^* = b_0 + b_1 x_i + e_i \quad \dots (12)$$



وفي حالة اخذ الدالة الاسية لطرفي المعادلة (12) نحصل على انموذج الانحدار التقديري الغير خطي للتوزيع الهندسي وكالاتي :

$$y = e^{b_0 + b_1 x_i + e_i} \quad \dots (13)$$

5- طرائق تقدير انموذج الانحدار الهندسي:

توجد العديد من الطرائق لتقدير انموذج الانحدار الهندسي سنتطرق في هذه الفقرة الى طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية وطريقة اقل انحراف مطلق.

6- طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية: [1][12][13]

يرمز لها (OLS) اختصارا لكلمة Ordinary Least Square وهي اكثر الطرق استخداما في تقدير المعلمات , وتستند هذه الطريقة على مبدا (تصغير مجموع مربعات الاخطا) فهي تسعى لإيجاد المعلمات التي تجعل مجموع مربعات الخطأ اقل ما يمكن وكالاتي.

$$Y_t = B_0 + B_1 * t_i + u_i \quad \dots (14)$$

$$t_i + u_i$$

اذ ان :

Y_t : القيم الاتجاهية لسلسلة الزمنية t.

b_0 : نقطة تقاطع خط الاتجاه مع المحور الصادي.

b_1 : ميل خط الاتجاه العام .

e_i : الخطأ العشوائي .

$$\hat{u}_i = Y_i - \hat{Y}_i \quad \dots (15)$$

$$\hat{u}_i = \sum_{t=1}^n (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 t) ^2 \quad \dots (16)$$

وباشتقاق المعادلة اعلاه جزئياً بالنسبة الى \hat{B}_1, \hat{B}_0 على التوالي ومساواتهما بالصفر نحصل

على تقدير غير متحيز للمعلمات \hat{B}_1, \hat{B}_0 ، اي ان:

$$\frac{\partial e_i}{\partial \hat{B}_0} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 t_i) = 0 \quad \dots (17)$$

وبتقسيم طرفي المعادلة على حجم العينة n نحصل على تقدير (\hat{B}_0) كما في الصيغة التالية :



$$\hat{B}_0 = \bar{y} - \hat{B}_1 \bar{t} \quad \dots (18)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial \hat{B}_1} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 t_i) \times t_i = 0 \quad \dots (19)$$

ومنها نحصل على تقدير معلمة الميل الحدي لخط الاتجاه العام:

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum_{t=1}^n t y_i - n \bar{t} \bar{y}}{\sum_{t=1}^n t^2 - n \bar{t}^2} \quad \dots (20)$$

7- طريقة اقل انحراف مطلق (Least Absolute Deviation Method (LAD)) [6][7]

تعد طريقة اقل انحراف مطلق من الطرائق التي تستخدم في تقدير معاملات الإنحدار الخطي وهي تشبه الى حد ما طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية OLS والفرق بينهما هو أن في طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية يكون الهدف تصغير مجموع مربعات الاخطاء العشوائية بينما في طريقة اقل انحراف مطلق LAD يكون الهدف الحصول على اقل مجموع من الاخطاء العشوائية المطلقة وكما يأتي :

$$f(\beta) = \|y - \beta x\|$$

$$f(\beta) = \sum_{i=1}^n \left| y_i - \sum_{j=1}^m \beta_j x_{ij} \right| \quad \dots (21)$$

لنفرض أن هنالك دالة $g(z)$ معرفة على مطلق Z أي أن :

$$g(z) = |z|$$

إذ أن $g(z)$ دالة قابلة للأشتقاق ومعرفة عند جميع القيم باستثناء قيمة $(Z=0)$ وكما يأتي:

$$g'(z) = \frac{z}{|z|}$$

بالتعويض عن كل z في الصيغة الأخيرة بـ $f(\beta)$ وعن $|z|$ بـ $|f(\beta)|$ واخذ المشتقة بالنسبة للمعاملات المجهولة β_r ومساواة المشتقة الى الصفر وكما يأتي :

$$\frac{\partial f(\beta)}{\partial \beta_r} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \sum_{j=1}^m \beta_j x_{ij}}{|y_i - \sum_{j=1}^m \beta_j x_{ij}|} (-x_{ir}) = 0 \quad \dots (22)$$

إذ أن :

$$r=1,2,\dots,m$$



$$\sum_{i=1}^n \frac{\beta_j x_{ij}}{U_i} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \frac{\beta_j x_{ir} x_{ij}}{U_i} \quad \dots (23)$$

لتكن w هي مصفوفة قطرية إذ :

$$w_{ij} = \frac{1}{|U_i|} \quad i = j$$

$$w_{ij} = 0 \quad i \neq j$$

لذا يمكن كتابة المعادلات المذكورة آنفاً بالصيغة المصفوفية وكما يأتي :

$$(X'W Y) = X'W X \beta$$

بقسمة طرفي الصيغة المذكورة آنفاً على $(X'W X)$ نحصل على :

$$\hat{\beta} = (X'W X)^{-1}(X'W Y) \quad \dots (24)$$

وبهذه الصيغة نكون قد حصلنا على معاملات الإنحدار بطريقة اقل انحراف مطلق LAD.

8- معايير المفاضلة: [11],[16],[17]

في حالة قبول عدة نماذج إحصائية لا بد من اختيار الأنموذج الأفضل من بين هذه النماذج وفقاً لمعايير المفاضلة والانموذج الافضل هو الذي يملك اقل قيم معايير مفاضلة , ويمكن كتابة النماذج كالاتي :

1- معيار أكايكي (AIC) : Akaike Information Criterion

$$AIC = n \ln \hat{\sigma}_\epsilon^2 + 2M \quad \dots (25)$$

2- معيار شوارتز (SBC) : Schwartz Bayesian criterion

$$SBC = n \ln \hat{\sigma}_\epsilon^2 + M \ln(n) \quad \dots (26)$$

3- معيار حنان – كوين (H-Q) : Hannan – Quinn Criterion

$$H - Q(M) = \ln(\hat{\sigma}_\epsilon^2) + 2MC \frac{\ln[\ln(n)]}{n} \quad ; C > 2 \quad \dots (27)$$

وبصورة عامة فان :

$$\hat{\sigma}_\epsilon^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e}_i)^2}{n} : \text{مقدار التباين وصيغته}$$

n : تمثل عدد المشاهدات.

M : عدد معاملات الانموذج المختار او رتبة الانموذج.

C : ثابت



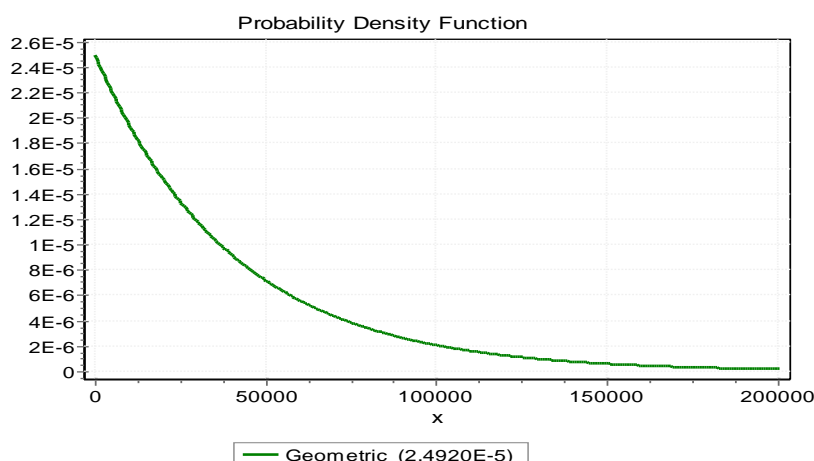
الجانب التطبيقي

1- وصف وتعريف عينة الدراسة :-

تم الاعتماد على بيانات اعداد طلبة الثانوي السنوية في محافظة نينوى للمدة الزمنية (-2021) 2004 لمعادلة الانحدار الهندسي وقد مثل المتغير المعتمد (Y) اعداد طلبة الثانوي خلال الزمن ومثل المتغير المستقل (X) الزمن (بالسنوات) .

2- التوزيع الاحصائي الملائم :

لمعرفة التوزيع الاحصائي الملائم لاعداد طلبة الثانوي تم استخدام اختبار حسن المطابقة (Goodness of Fit) للبيانات من خلال البرنامج الاحصائي (Easy Fit) وظهرت النتائج ان البيانات تتبع التوزيع الهندسي بمعلمات $(\theta = 2.4931E - 5)$ وكانت قيمة p - (value=0.000).



شكل (1) دالة الكثافة الاحتمالية للتوزيع الهندسي

3- التحليل الاحصائي للبيانات :

تم تحليل البيانات احصائيا باستخدام البرنامج الاحصائي (Gretl) وكالاتي :
اولا : تقدير معادلة الانحدار الهندسي باستخدام طريقة المربعات الصغرى وطريقة اقل انحراف مطلق وكالاتي :

1- الصيغة التقديرية لمعادلة الانحدار الهندسي باستخدام طريقة المربعات الصغرى هي :

$$\ln y = 10.9546 + 0.0659044 x$$

2- الصيغة التقديرية لمعادلة الانحدار الهندسي باستخدام طريقة اقل انحراف مطلق هي :

$$\ln y = 10.9961 + 0.0631919 x$$



ثانيا : اختبار معنوية العلاقة الخطية المفترضة وكالاتي :

1- اختبار معنوية العلاقة الخطية لمعادلة الانحدار الهندسي المقدرة باستخدام المربعات الصغرى الاعتيادية . لمعرفة معنوية العلاقة الخطية نختبر الفرضية الاتية :

$$H_0: B_1 = 0$$

$$H_1: B_1 \neq 0$$

ومن خلال جدول تحليل التباين نحصل على قيمة اختبار (F) التي تحدد طبيعة العلاقة بين المتغير المعتمد والمتغير المستقل , وكذلك نحصل على معامل التحديد (R^2) الذي يبين جودة معادلة الانحدار التقديرية في تفسير العلاقة بين المتغير (y) المعتمد والمتغير المستقل (x).

جدول (2) تحليل التباين

	df	Sum of squares	Mean square	F	Sig	R^2
Regression	1	1.7721	1.7721	256.262	.000	0.944685
Residual	15	0.103763	0.00691753			
Total	16	1.87587				

بالنظر الى الجدول (2) نلاحظ ان قيمة الاختبار هي ($F=256.262$) وقيمتها الاحتمالية [$p\text{-value}= .000$] وهي اقل من مستوى المعنوية (0.05) اي نقبل الفرضية البديلة التي تنص على ان متغير الزمن (x) يمارس تأثيره في متغير اعداد الطلبة (y) وبنسبة (95%).

2- اختبار معنوية العلاقة الخطية لمعادلة الانحدار الهندسي المقدرة باستخدام طريقة اقل انحراف مطلق . لمعرفة معنوية العلاقة الخطية نختبر الفرضية الاتية :

$$H_0: B_1 = 0$$

$$H_1: B_1 \neq 0$$

جدول (3) تحليل التباين

	df	Sum of squares	Mean square	F	Sig	R^2
Regression	1	1.764141	1.764141	236.845	.000	0.940439
Residual	15	0.111729	0.0074486			
Total	16	1.87587				

بالنظر الى الجدول (3) نلاحظ ان قيمة الاختبار هي ($F = 236.845$) وقيمتها الاحتمالية [$p\text{-value}= .000$] وهي اقل من مستوى المعنوية (0.05) اي نقبل الفرضية البديلة التي تنص على ان متغير الزمن (x) يمارس تأثيره في متغير اعداد الطلبة (y) وبنسبة (94%).



4- معايير المفاضلة :

بعد ان تم تقدير نماذج الانحدار الهندسي والتأكد من معنوية العلاقة الخطية , يتم اللجوء الى معايير المفاضلة لاختيار الطريقة التي تحقق افضل نموذج وكالاتي :

جدول (4) معايير المفاضلة

	AIC	BIC	H-Q
Ordinary Least Square	34.43671-	- 32.77028	- 34.27106
Least Absolute Deviation	- 29.65009	- 27.98367	- 29.48445

من خلال النظر الى الجدول (4) نلاحظ ان طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية (Ordinary Least Square) هي الافضل لكونها تمتلك اصغر معايير المفاضلة , مقارنة مع طريقة اقل انحراف مطلق (Least Absolute Deviation) .

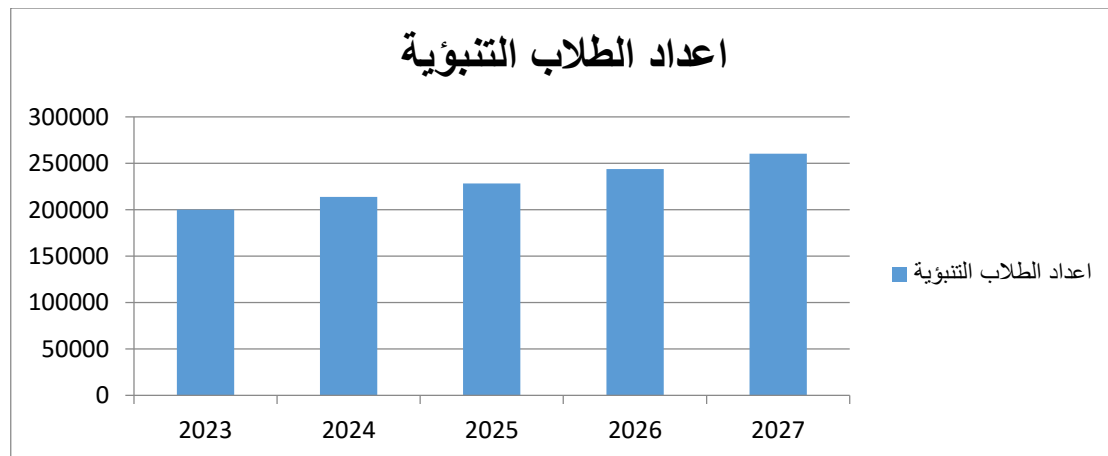
5- التنبؤ :

يمكن التنبؤ باعداد طلبة الثانوي لمحافظة نينوى للمدة الزمنية المستقبلية (2027-2023)- باستخدام نموذج الانحدار الهندسي المقدر وفق طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية استنادا الى بيانات السلسلة الزمنية الممتدة (2005-2021) .

جدول (5) القيم التنبؤية لاعداد طلبة المرحلة الثانوية للمدة الزمنية (2027-2023)

Years	2023	2024	2025	2026	2027
Predictive Values	200137	213770	228335	243889	260477

من خلال النظر الى جدول رقم (5) نلاحظ تزايد اعداد الطلبة سنويا وبلغ عدد الطلبة الثانوي التنبؤي الصغرى (200137) عام 2023, بينما بلغ عدد الطلبة الثانوي الكبرى (260477) طالب عام 2027 وكما موضح بالشكل البياني.



شكل رقم (2) يمثل اعداد التنبؤية لطلبة الثانوي للمدة الزمنية (2027-2023)



4 – النتائج والتوصيات :

- 1- ظهرت بيانات اعداد طلبة الثانوي تخضع للتوزيع الهندسي .
- 2- معنوية معادلة الانحدار المقدره باستخدام طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية .
- 3 – معنوية معادلة الانحدار المقدره باستخدام طريقة اقل انحراف مطلق .
- 4 - افضلية طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية على طريقة اقل انحراف مطلق لكون الطريقة الاولى تمتلك اقل معايير مقارنة.
- 5 – بالنظر الى اعداد الطلاب المتنبى بها من خلال انموذج انحدار الهندسي لوحظ ان هناك تزايد في اعداد الطلبة سنويا .
- 6 – نوصي باستخدام طرائق اخرى لتقدير معادلة الانحدار الهندسي ومقارنتها مع طرائق المتضمنة في البحث للتوصل الى افضل انموذج للتنبؤ .
- 7 – نوصي الاستفادة من نتائج البحث واعتمادها لاعداد الخطط المستقبلية من الجهات ذات العلاقة .

المصادر

- 1- بري , عدنان ماجد عبد الرحمن " تحليل الانحدار الخطي " جامعة الملك سعود (2003).
- 2- التميمي , زهرة حسن عباس واخرون " تحليل الانحدار " مديرية دار الكتب للطباعة والنشر- جامعة البصرة / كلية الادارة والاقتصاد (2014).
- 3- التوزيع الهندسي / <https://marefa.org>
- 4- الراوي , خاشع محمود (1987) " المدخل الى تحليل الانحدار " مديرية دار الكتب للطباعة والنشر - جامعة الموصل / كلية الزراعة والغابات (1987) .
- 5- الصراف ، نزار مصطفى وشومان، عبد اللطيف حسن، "السلاسل الزمنية والارقام القياسية، دار الدكتور للعلوم الادارية والاقتصادية، الطبعة الاولى، بغداد، العراق (2013).
- 6- الصالحي , عبد الامير طعيمة بندر "اختيار افضل توزيع احصائي لتقدير معادلة انحدار حوادث الطرق مع تطبيق عملي " رسالة ماجستير , جامعة كربلاء – كلية الادارة والاقتصاد (2018).
- 7- الصالحي , عبد الامير طعيمة بندر "المقارنة بين طريقتي الامكان الاعظم واقل انحراف مطلق لتقدير معادلة انحدار بواسون" مجلة جامعة كربلاء العلمية- المجلد السابع عشر- العدد الاول –علمي (2019).



- 8- عبد , حميد عبيد " الاقتصاد القياسي " دار الكتب – كربلاء المقدسة (2017).
- 9- كاظم , اموري هادي ومسلم , باسم شلبية " القياس الاقتصادي المتقدم النظرية والتطبيق " بغداد مكتبة دنيا الامل (2002).
- 10- هرمز , امير حنا " الاحصاء الرياضي " مديرية دار الكتب للطباعة والنشر – جامعة الموصل/ كلية الادارة والاقتصاد (1990).
- 11- Akaike, H. (1973),"Information theory and extension of the maximum likelihood principle" , In : B.N. petrov and F.Csaki,eds, 2 nd International symposium on Information. Theory ,Academia Kiado, Budapest ,pp.267-281.
- 12- AL-Nasser,A. H & Juma ,A. A, (2013),"Interoduction To Applied Time Series Analysis",AL-Jazeera Bureau for printing and publishing
- 13- John .O. Rawlings & others, (1998),"Applied regression analysis Aresearch Tool)North Carolina State University ,USA , Second Edition37
- 14- Long, J . S (1997). "Regression Models for Categorical and Limited Independent Variables", SAGE Publicayion Inc, USA. 31 abid
- 15- Robert.S.Pindyck & Daniel. I. Rubinfeld, (2000), "Econometric models and economic forecasts), New York , McGraw-Hill Book company . Second Edition.
- 16- Samprit Chatterjee & Alis .Hadi, (2006),"Regression analysis by Example" by John Wiley & Sons , Inc . Fourth Edition
- 17-Schwarz,G.(1978),"EstimatingThedimension of a model",Annals of Statistics 6,pp.461-464.